`Proposition`
Soit $(P_1, P_2, ..., P_n)$ une famille finie de polynômes non-nuls de $\mathbb{K}[X]$ dont les degrés sont 2 à 2 distincts.
Alors la famille $(P_1, P_2, ..., P_n)$ est libre.

$\longrightarrow$ preuve : quitte à renuméroter les polynômes, on peut supposer que $0 \leq deg(P_1) < deg(P_2) < ... < deg(P_n)$.

Raisonnons maintenant par l'absurde : on suppose que la famille $(P_1, P_2, ..., P_n)$ est liée.

Donc il existe n scalaires λ_1, ...,λ_n non tous nuls tels que $\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + ... + \lambda_n P_n = 0$ $(*)$.

Comme les λ_i sont non tous nuls, on peut considérer l'entier $m \geq 1$ maximal tel que $\lambda_m \neq 0$.

Alors $(*)$ devient : $\lambda_1 P_1 + \lambda_2 P_2 + ... + \lambda_m P_m = 0$ d'où (comme $\lambda_m \neq 0$), $P_m = \frac{-\lambda_1}{\lambda_m} P_1 + ... + \frac{-\lambda_{m-1}}{\lambda} P_{m-1}$.

D'après les formules sur les degrés : $deg(P_m) \leq max(deg(P_1), ..., deg(P_{m-1})) < deg(P_m)$ contradiction.
Conclure.