Mini-Devoir à la maison 3

à rendre le lundi 16 octobre 2017

Exercice 1:

Calculer les sommes suivantes : $\sum_{k=0}^{n} 3^{n-k} \frac{1}{2^k}$ et $\sum_{k=1}^{n} \frac{5^{k+1}}{k!(n-k)!)}$

Exercice 2:

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x - e^x + 1$. Déterminer le signe de g.
   pour s'entraîner : déterminer les limites de g au voisinage de $\pm\infty$.
2. On introduit la fonction f définie par $f(x) = \ln(\dfrac{e^x - 1}{x})$.
   (a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
   (b) Déterminer les limites de f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. f se prolonge-t-elle par continuité en 0 ?
   (c) Dresser la tableau de variations complet de f.
   (d) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(x) - x = f(-x)$. En déduire le signe de $f(x) - x$ sur $\mathcal{D}$.
3. On introduit la suite u définie par $u_0 > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Ecrire un programme Scilab qui demande n et u_0 à l'utilisateur et qui affiche u_n.
   (b) Montrer que la suite est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
   (c) Montrer que la suite u converge.
   (d) En raisonnant par l'absurde, montrer que la suite u converge vers 0.

Mini-Devoir à la maison 3

à rendre le lundi 16 octobre 2017

Exercice 3:

Calculer les sommes suivantes : $\sum_{k=0}^{n} 3^{n-k} \frac{1}{2^k}$ et $\sum_{k=1}^{n} \frac{5^{k+1}}{k!(n-k)!)}$

Exercice 4:

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x - e^x + 1$. Déterminer le signe de g.
   pour s'entraîner : déterminer les limites de g au voisinage de $\pm\infty$.
2. On introduit la fonction f définie par $f(x) = \ln(\dfrac{e^x - 1}{x})$.
   (a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
   (b) Déterminer les limites de f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. f se prolonge-t-elle par continuité en 0 ?
   (c) Dresser la tableau de variations complet de f.
   (d) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(x) - x = f(-x)$. En déduire le signe de $f(x) - x$ sur $\mathcal{D}$.
3. On introduit la suite u définie par $u_0 > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Ecrire un programme Scilab qui demande n et u_0 à l'utilisateur et qui affiche u_n.
   (b) Montrer que la suite est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
   (c) Montrer que la suite u converge.
   (d) En raisonnant par l'absurde, montrer que la suite u converge vers 0.

Mini-Devoir à la maison 3

à rendre le lundi 16 octobre 2017

Exercice 5:

Calculer les sommes suivantes : $\sum_{k=0}^{n} 3^{n-k} \frac{1}{2^k}$ et $\sum_{k=1}^{n} \frac{5^{k+1}}{k!(n-k)!)}$

Exercice 6:

1. Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = xe^x - x + 1$. Déterminer le signe de g.
   pour s'entraîner : déterminer les limites de g au voisinage de $\pm\infty$.
2. On introduit la fonction f définie par $f(x) = \ln(\dfrac{e^x - 1}{x})$.
   (a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}$ de f.
   (b) Déterminer les limites de f au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$. f se prolonge-t-elle par continuité en 0 ?
   (c) Dresser la tableau de variations complet de f.
   (d) Montrer que pour tout $x \in \mathcal{D}$, $f(x) - x = f(-x)$. En déduire le signe de $f(x) - x$ sur $\mathcal{D}$.
3. On introduit la suite u définie par $u_0 > 0$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$.
   (a) Ecrire un programme Scilab qui demande n et u_0 à l'utilisateur et qui affiche u_n.
   (b) Montrer que la suite est bien définie et que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n > 0$.
   (c) Montrer que la suite u converge.
   (d) En raisonnant par l'absurde, montrer que la suite u converge vers 0.