Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mardi 22 septembre 2020

Exercice 1:

Pour toutes suites $u=(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $v=(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, on pose : $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ w_n=\sum_{k=1}^{n} u_k\, v_{n-k}$

Pour tout entier naturel non-nul n, calculer w_n en fonction de n dans chacun des cas suivants :

1. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2$ et $v_n=3$.
2. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2^n$ et $v_n=3^n$.
3. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=\frac{2^n}{n!}$ et $v_n=\frac{3^n}{n!}$

Exercice 2:

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^{1-x^2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
3. Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=x(-2\ln x+\frac{1}{x^2}-1)e^{(1-x^2)\ln x}$.
4. A l'aide d'une fonction auxiliaire, déterminer le signe de f'.
5. Dresser le tableau de variations de f, puis dessiner l'allure de la courbe.

Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mardi 22 septembre 2020

Exercice 3:

Pour toutes suites $u=(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $v=(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, on pose : $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ w_n=\sum_{k=1}^{n} u_k\, v_{n-k}$

Pour tout entier naturel non-nul n, calculer w_n en fonction de n dans chacun des cas suivants :

1. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2$ et $v_n=3$.
2. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2^n$ et $v_n=3^n$.
3. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=\frac{2^n}{n!}$ et $v_n=\frac{3^n}{n!}$

Exercice 4:

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^{1-x^2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
3. Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=x(-2\ln x+\frac{1}{x^2}-1)e^{(1-x^2)\ln x}$.
4. A l'aide d'une fonction auxiliaire, déterminer le signe de f'.
5. Dresser le tableau de variations de f, puis dessiner l'allure de la courbe.

Devoir à la maison 2

à rendre au plus tard le mardi 22 septembre 2020

Exercice 5:

Pour toutes suites $u=(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ et $v=(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, on pose : $\forall n\in\mathbb{N}^*,\ w_n=\sum_{k=1}^{n} u_k\, v_{n-k}$

Pour tout entier naturel non-nul n, calculer w_n en fonction de n dans chacun des cas suivants :

1. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2$ et $v_n=3$.
2. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=2^n$ et $v_n=3^n$.
3. $\forall n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=\frac{2^n}{n!}$ et $v_n=\frac{3^n}{n!}$

Exercice 6:

Soit f la fonction définie par $f(x)=x^{1-x^2}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f.
2. Déterminer les limites de f en 0 et en $+\infty$.
3. Montrer que pour tout $x>0$, $f'(x)=x(-2\ln x+\frac{1}{x^2}-1)e^{(1-x^2)\ln x}$.
4. A l'aide d'une fonction auxiliaire, déterminer le signe de f'.
5. Dresser le tableau de variations de f, puis dessiner l'allure de la courbe.