Quelques indications ; Devoir à la maison 4

Exercice 1

1. Pensez à donner les contraintes "brutes" avant de finaliser l'ensemble $\mathcal{D}$.
   Rédaction attendue : $\mathcal{D} = \{x \in \mathbb{R} \,/\, ...\}$

2. Rappel : le ln n'est pas positif sur $\mathbb{R}_+^*$ ...

3. Pas de FI en 0. Donner un détail.
   En $+\infty$: FI $\frac{\infty}{\infty}$. Relire si besoin le catalogue pour identifier la méthode.
   En 1, la question reformulée est : la limite en 1 de f est-elle finie ou non ? (si oui, la fonction se prolonge par continuité, sinon, asymptote verticale d'équation $x = 1$)

4. Essayer de soigner la phrase blabla.

6. Vérifier la cohérence de vos limites avec les variations de la fonction !

7. Penser aux éventuelles asymptotes verticales/horizontales. Puis réaliser que f n'est pas défini sur $\mathbb{R}^-$ donc si $x < 0$, x n'aura pas d'image par f ...

Exercice 2

1. Raisonnement par récurrence, mais attention de bien gérer le "il existe" dans votre propriété $\mathcal{P}(n)$.
   J'en profite pour rappeler mon conseil : reformuler "montrons qu'il existe" par "trouvons".

   Deuxième conseil, si cela coince toujours : refaire les deux exercices correspondants feuille matrice (exo 12 et 13)

2. on trouve une suite récurrente linéaire d'ordre 2...

3. Ne pas tout refaire pour a_n ! Mais réaliser que vous connaissez la forme explicite de a_{n+1} pour tout $n \in \mathbb{N}$, ce qui vous donne la forme explicite de a_n pour tout $n \geq 1$....

Exercice 3 *plus abstrait*

1. Ecrire M avec la bonne taille et le bon nombre de lettres. Puis faire les calculs ... jusqu'à l'obtention d'un système (par identification des coefficients).
   Finir la résolution et conclure.

Exercice 4

2.(a) La suite est bien définie si pour tout n, le terme u_n existe bien (donc ne pas écrire (u_n).) La propriété à montrer par récurrence est donc : $\mathcal{P}(n)$ "u_n existe et $u_n > 0$".

2.(c) Faire un raisonnement par l'absurde. Bien rédiger le passage à la limite !

3.(b) Méthode 1 : par récurrence.
Méthode 2 : sommer l'égalité du 3.(a) pour k variant de 0 à $n-1$, puis calculer la somme du membre de gauche (il se passe quelque chose !) et la somme du membre de droite (séparer par linéarité ..)

4.(c) commencer par relire le cours (que nous n'avons pas étudié ensemble), avant dernier paragraphe du chapitre suites.
Essayer alors d'obtenir un encadrement sur u_n^2, pour en obtenir un sur $\frac{u_n^2}{2n}$. Que reste-t-il à faire pour pouvoir conclure via la définition ?